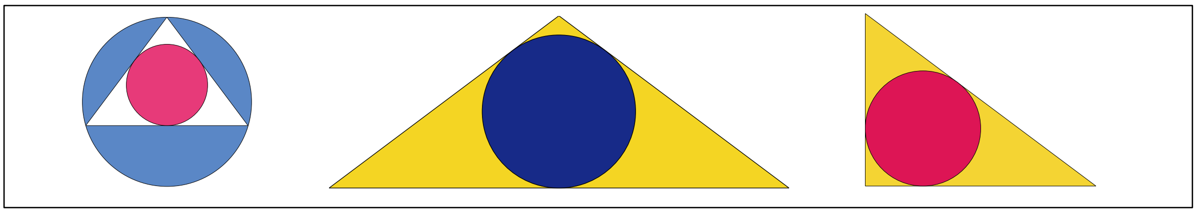
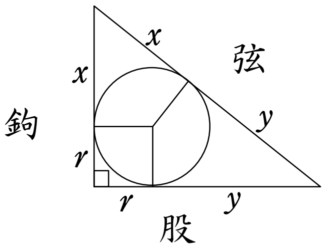
田村大元神社新算額（解説）



＜基本定理＞

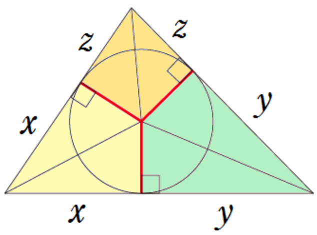
（１） 直角三角形の内接円（復習）

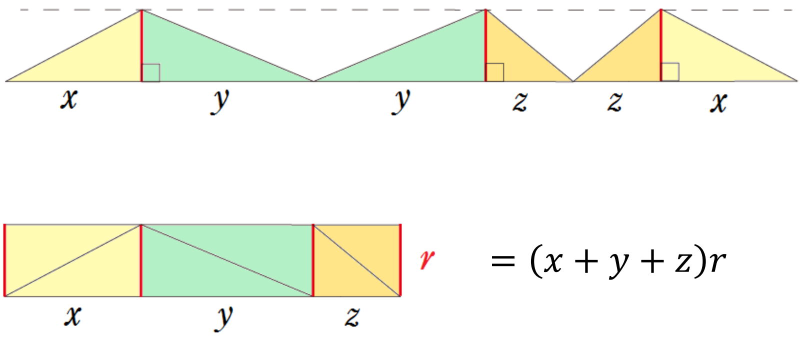


$$\begin{cases} 鉤 = r + x \\ 股 = r + y \\ 弦 = x + y \end{cases}$$

これより，内接円の直径は $2r = \left(鉤 + 股\right) - 弦$

（２） 三角形の面積と内接円の関係

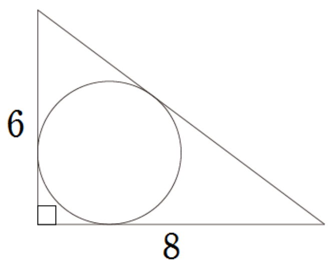




$= (x + y + z)r$

(三角形の面積) ＝(周の長さの半分)×(内接円の半径)

第１問



鉤股弦の定理を用いて，

$$\left(弦\right)^2 = 6^2 + 8^2 = 100 = 10^2$$

よって，弦の長さは 10 寸.

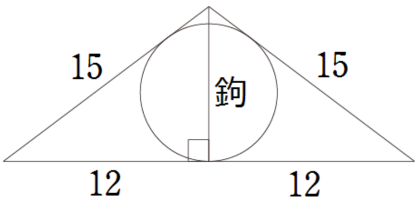
※「みよこさん」の直角三角形を既知とすれば，

$$3 : 4 : 5 = 6 : 8 : 10$$

これより，基本定理を用いて

$$\left(内接円の直径\right) = 6 + 8 - 10 = 4 \quad （寸）$$

第２問



鉤股弦の定理を用いて，

$$(\text{鉤})^2 = 15^2 - 12^2 = 81 = 9^2$$

よって，弦の長さは 9 寸.

※「みよこさん」の直角三角形を既知とすれば，

$$3:4:5 = 9:12:15$$

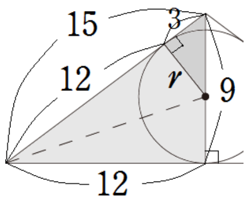
これより，二等辺三角形の面積は　$12 \times 9 = 108$

であるから，基本定理を用いて

$$(\text{内接円の半径}) = \frac{(\text{三角形の面積})}{(\text{三角形の周の長さの半分})} = \frac{108}{(12+15)} = \frac{108}{27} = 4$$

よって，内接円の直径は 8 寸.

<別解>



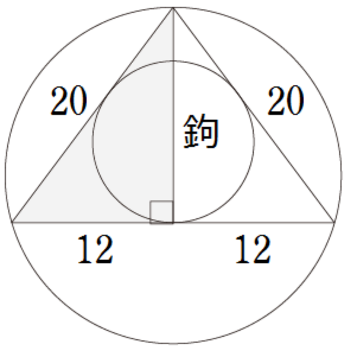
左図において，相似な直角三角形を用いる.

$$3:r = 9:12$$

これより，半径は

$$r = 4$$

第３問



鉤股弦の定理を用いて，

$$(\text{鉤})^2 = 20^2 - 12^2 = 256 = 16^2$$

よって，鉤の長さは 16 寸.

※「みよこさん」の直角三角形を既知とすれば，

$$3:4:5 = 12:16:20$$

これより，二等辺三角形の面積は　$12 \times 16 = 192$

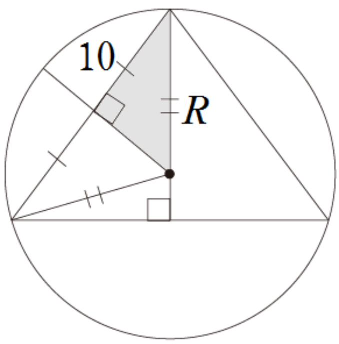
であるから，基本定理を用いて

$$(\text{内接円の半径}) = \frac{(\text{三角形の面積})}{(\text{三角形の周の長さの半分})} = \frac{192}{(12+20)} = \frac{192}{32} = 6$$

よって，内接円の直径は 12 寸.

（別解）

第２問の別解に同じ．$(20-12):r = 16:12$ より，半径は $r = 6$.



図のように R（外接円の半径），x を定めると、

二つの図で灰色に塗った直角三角形の相似から，

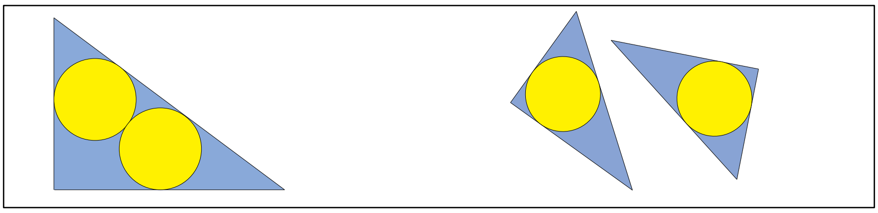
$$R:10 = 20:16 = 5:4$$

これより，

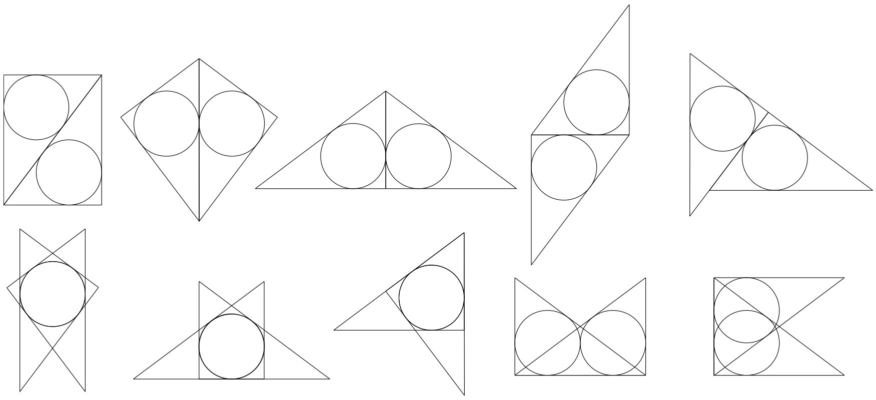
$$R = 10 \times \frac{5}{4} = \frac{25}{2}$$

よって，外接円の直径は 25 寸.

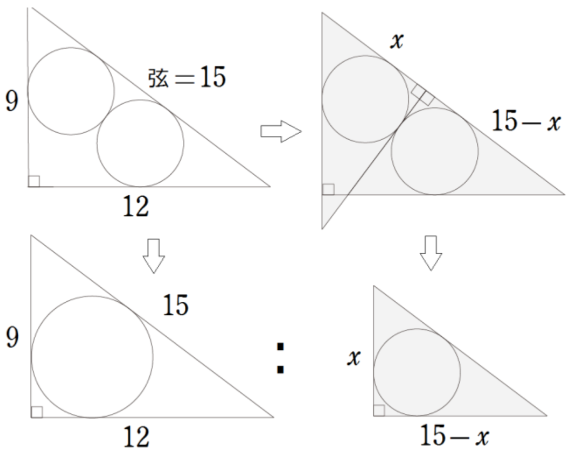
小中学生向けチャレンジ問題２（解説）



第１問（作図例）



第２問



左図の灰色直角三角形は<u>合同</u>であり，直角三角形 $(9,12,15)$ と<u>相似</u>であるから，

$$x:(15-x)=9:12$$

これより，

$$12x=9(15-x)$$

$$x=\frac{9\times 15}{9+12}=\frac{45}{7}$$

となり，直角三角形の相似比は，

$$9:x=9:\frac{45}{7}=1:\frac{5}{7}$$

求める円の直径は，直角三角形 $(9,12,15)$ の内接円径（直径）の $\frac{5}{7}$ 倍であり，

基本定理を用いて，

$$(9+12-15)\times\frac{5}{7}=6\times\frac{5}{7}=\frac{30}{7}\ \text{（寸）}$$

※　疑問点やお気付きの点がございましたら，第３回（１２／２２）にご参加の上，ご指摘ください．
（第１回の資料について，２名の方より誤り箇所のご指摘がありました．誠にありがとうございます）